

## Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

28 января 2021 года

Вариант МА2000309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

*Желаем успеха!*

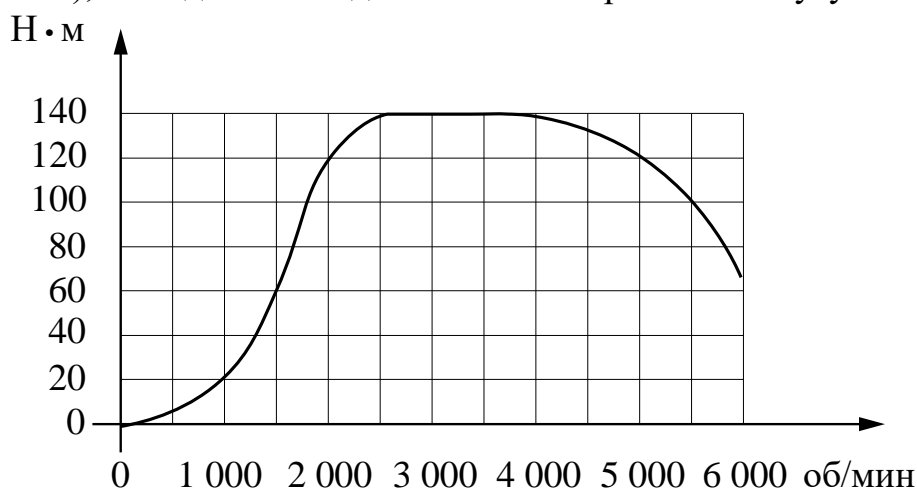
## Часть 1

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

- 1** Рост человека равен 6 футов 5 дюймов. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

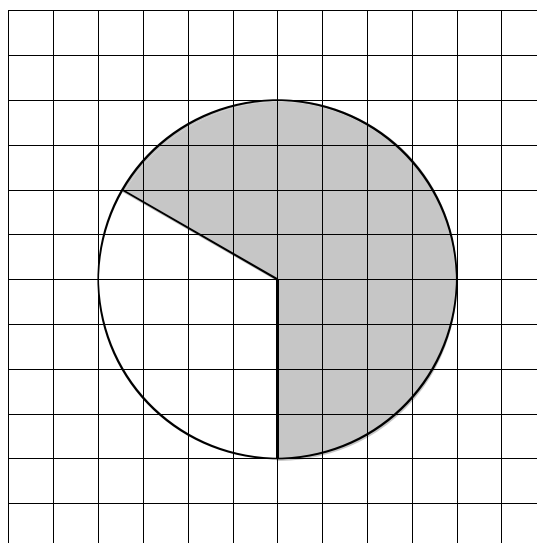
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. Чему равен крутящий момент (в Н·м), если двигатель делает 5000 оборотов в минуту?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге изображён круг площадью 45. Найдите площадь заштрихованного сектора.



Ответ: \_\_\_\_\_.

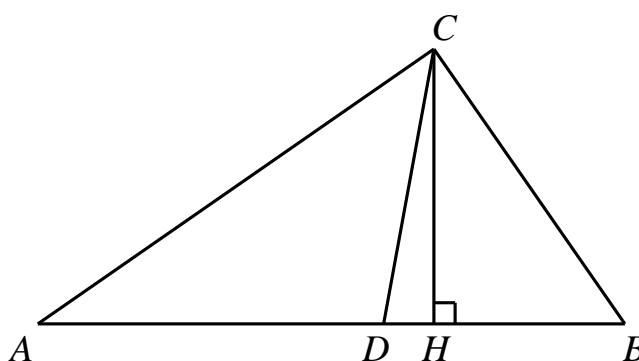
**4** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 5, но не дойдя до отметки 11.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Найдите корень уравнения  $(x - 14)^2 = -56x$ .

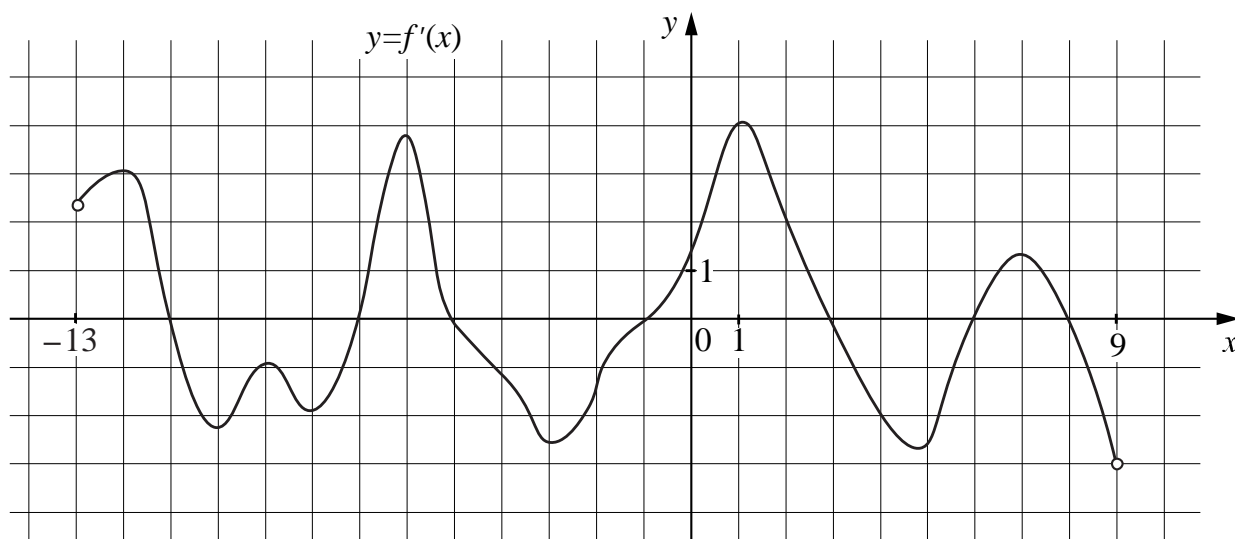
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Один из углов прямоугольного треугольника равен  $65^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



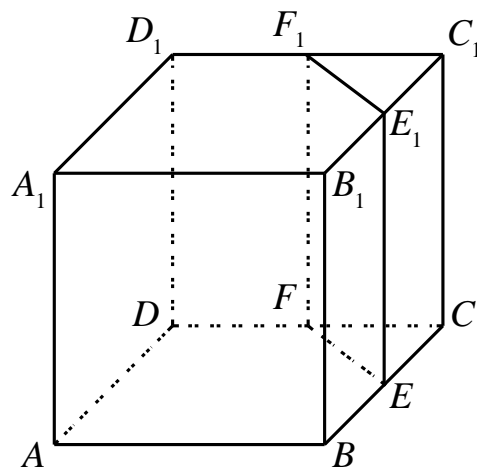
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-13; 9)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-12; 5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 25. Найдите объём куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{16\frac{2}{3}}\right) : \sqrt{\frac{2}{27}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 185$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 180 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Первый и второй насосы наполняют бассейн за 24 минуты, второй и третий — за 30 минут, а первый и третий — за 40 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 3)^2(x + 10) + 10$  на отрезке  $[-7; 6]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

13

а) Решите уравнение  $\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} = \sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[4\pi; 7\pi]$ .

14

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 5$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 8$ .

а) Докажите, что плоскость  $DBB_1$  образует равные углы с плоскостями  $CD_1 B_1$  и  $AD_1 B_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $CD_1 B_1$  и  $AD_1 B_1$ .

15

Решите неравенство  $\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9} \geq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+8}$ .

16

Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Известно, что точки  $A$ ,  $E$ ,  $F$  и  $C$  лежат на одной окружности.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

б) Найдите радиус окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $E$ ,  $F$  и  $C$ , если  $AC = 4$  и  $BA = 5$ .

17

15 января планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на шестой месяц кредитования выплата составит 25 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

**18** Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$2(x^2 + ax) + \frac{1}{x^2 + ax} - 3 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке  $[0;1]$ .

**19** Пусть  $S(n)$  и  $K(n)$  обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$  соответственно.

а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 2S(n) + 7$ ?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 3S(n) + 7$ ?

в) Для какого наименьшего натурального числа  $n$  выполнено равенство  $K(n) = 8S(n) + 65$ ?

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

28 января 2021 года

Вариант МА2000310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

*Желаем успеха!*

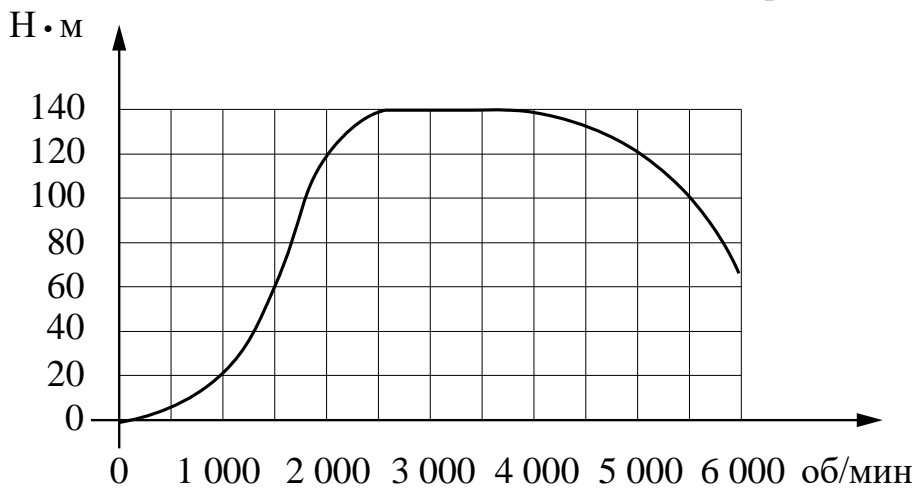
**Часть 1**

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

**1** Рост человека 5 футов 11 дюймов. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

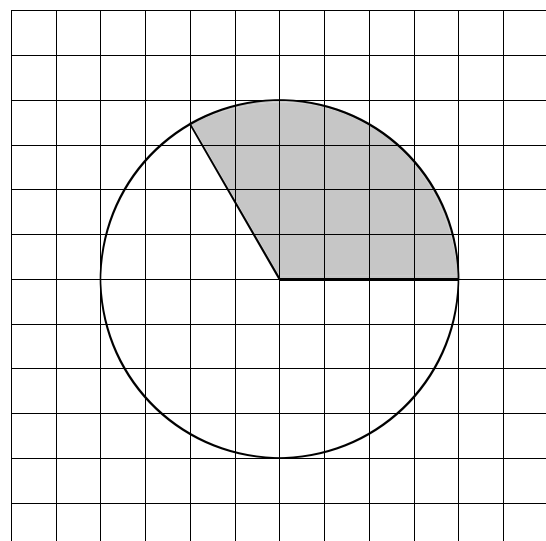
Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. Чему равен крутящий момент (в Н·м), если двигатель делает 5500 оборотов в минуту?



Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** На клетчатой бумаге изображён круг площадью 30. Найдите площадь заштрихованного сектора.



Ответ: \_\_\_\_\_.



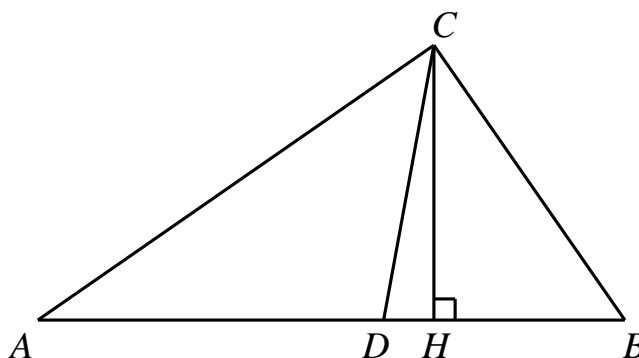
**4** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 5, но не дойдя до отметки 8.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Найдите корень уравнения  $(x - 13)^2 = -52x$ .

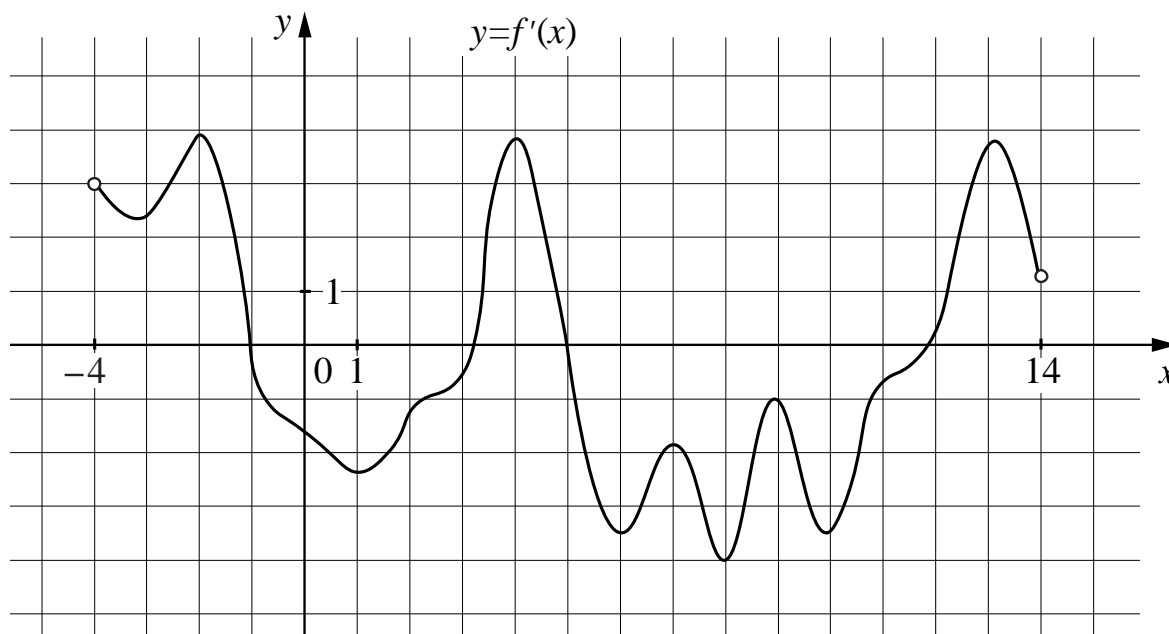
Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Один из углов прямоугольного треугольника равен  $53^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



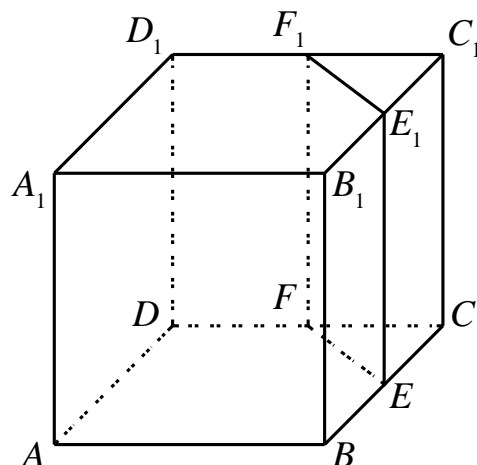
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 14)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[0; 13]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 14. Найдите объём куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 105$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,9$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой  $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 100 В? Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Первый и второй насосы наполняют бассейн за 40 минут, второй и третий — за 45 минут, а первый и третий — за 2 часа. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 6)^2(x + 3) - 3$  на отрезке  $[-6; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

13

а) Решите уравнение  $\cos^2 \frac{x}{4} - \sin^2 \frac{x}{4} = \sin \left( \frac{5\pi}{2} + x \right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[5\pi; 8\pi]$ .

14

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 8$ ,  $AD = 15$ ,  $AA_1 = 12$ .

а) Докажите, что плоскость  $DBB_1$  образует равные углы с плоскостями  $CD_1 B_1$  и  $AD_1 B_1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $CD_1 B_1$  и  $AD_1 B_1$ .

15

Решите неравенство  $\frac{\sqrt{12+x-x^2}}{2x+7} \geq \frac{\sqrt{12+x-x^2}}{x+5}$ .

16

Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $AB$  и  $BC$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Известно, что точки  $A$ ,  $E$ ,  $F$  и  $C$  лежат на одной окружности.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

б) Найдите радиус окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $E$ ,  $F$  и  $C$ , если  $AC = 2$  и  $BC = 5$ .

17

15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на восьмой месяц кредитования выплата составит 33 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

**18** Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$4(x^2 + ax) + \frac{1}{x^2 + ax} = 4$$

имеет единственное решение на отрезке  $[-1;1]$ .

**19** Пусть  $S(n)$  и  $K(n)$  обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$  соответственно.

а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 2S(n) + 3$ ?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 3S(n) + 3$ ?

в) Для какого наименьшего натурального числа  $n$  выполнено равенство  $K(n) = 8S(n) + 56$ ?